



## IX CZESKO-POLSKO-SŁOWACKIE ZAWODY MATEMATYCZNE JUNIORÓW

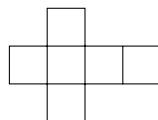
18 CZERWCA 2021 — ZAWODY INDYWIDUALNE

**1.** Dana jest tablica  $2 \times 2$ , w której każdym polu znajduje się dodatnia liczba całkowita. Jeśli dodamy iloczyn liczb z pierwszej kolumny, iloczyn liczb z drugiej kolumny, iloczyn liczb z pierwszego wiersza i iloczyn liczb z drugiego wiersza, otrzymamy 2021.

- Wyznacz możliwe wartości sumy czterech liczb z tablicy.
- Znajdź liczbę różnych tablic spełniających dane warunki, które zawierają cztery parami różne liczby.

**2.** Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$ . Oznaczmy przez  $D$  i  $E$  rzuty prostokątne odpowiednio punktów  $B$  i  $C$  na dwusieczną kąta zewnętrznego  $BAC$ . Niech  $F$  będzie punktem przecięcia prostych  $BE$  oraz  $CD$ . Wykaż, że proste  $AF$  i  $DE$  są prostopadłe.

**3.** *Krzyżem* nazwiemy figurę złożoną z 6 kwadratów jednostkowych przedstawioną poniżej (oraz dowolną figurę powstałą z niej przez obrót).



Wyznacz największą liczbę krzyży, które można wyciąć z kartki papieru o wymiarach  $6 \times 11$  podzielonej na kwadraty jednostkowe (w taki sposób, aby każdy krzyż składał się z sześciu takich kwadratów).

**4.** Wyznacz najmniejszą wartość, którą przyjmuje wyrażenie

$$x^4 + y^4 - x^2y - xy^2,$$

dla liczb dodatnich  $x$  i  $y$  spełniających nierówność  $x + y \leq 1$ .

**5.** Dany jest siedmiokąt foremny  $ABCDEFG$ . Proste  $AB$  i  $CE$  przecinają się w punkcie  $P$ . Wyznacz miarę kąta  $PDG$ .

CZAS: 3 GODZINY 30 MINUT