

XX Olimpiada Matematyczna Juniorów 2024/2025

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

1. Część korespondencyjna

Zadania tej części zamieszczone są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesłać listem poleconym do właściwego Komitetu Okręgowego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **15 października 2024 r.** (decyduje data stempla pocztowego).

2. Część testowa

W dniu **26 września 2024 r. o godz. 9.00** zostanie przeprowadzony test pisemny w szkołach, które zarejestrowały swój udział w OMJ. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach: korespondencyjnej i testowej. Wszelkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omj.edu.pl

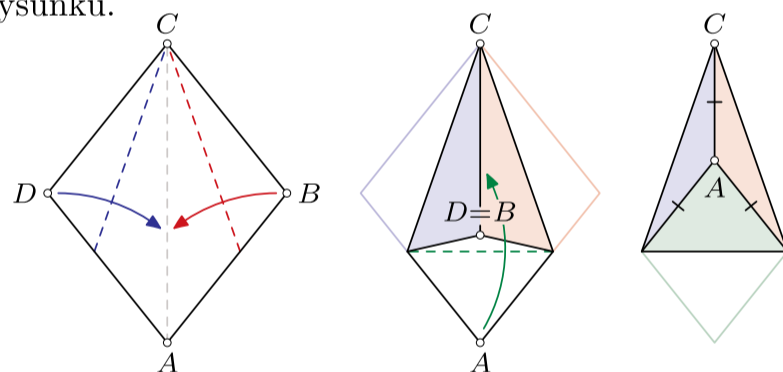
Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań!

Każdy uczeń, który weźmie udział w teście lub prześle rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

1. Czy wewnątrz kwadratu o boku długości 20 istnieje punkt, którego odległości od boków tego kwadratu są czterema kolejnymi liczbami całkowitymi?

2. Arek ma kartkę w kształcie rombu $ABCD$, w którym $\sphericalangle BCD \leq 90^\circ$. Najpierw zagina ją w taki sposób, aby odcinki CB oraz CD pokryły się na prostej CA , a następnie w taki sposób, aby otrzymać trójkąt, jak pokazano na rysunku.

Udowodnij, że odległości punktu A od wszystkich trzech wierzchołków otrzymanego trójkąta są równe.



3. Czy istnieją takie liczby rzeczywiste a, b, c , że każda z liczb

$$|b - c|, \quad |c - a|, \quad |a - b|$$

jest większa od 1, ale mniejsza od 2?

4. Sto kamieni leży w jednym rzędzie. Wśród nich jest 50 kamieni czerwonych i 50 kamieni niebieskich. Wykaż, że można tak usunąć po 25 kamieni każdego koloru, aby pomiędzy dowolnymi dwoma kamieniami tego samego koloru nie pozostał ani jeden kamień innego koloru.

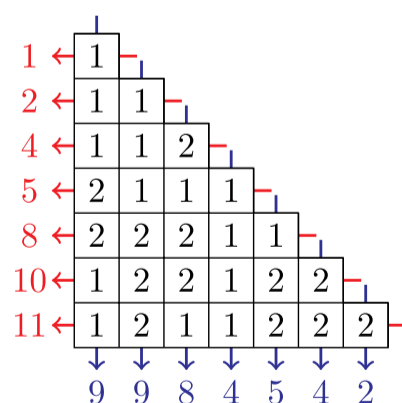
5. Liczby całkowite a, b, c są większe od 1 i mają tę własność, że liczby

$$a, \quad a + b, \quad a + b + c, \quad b + c, \quad c$$

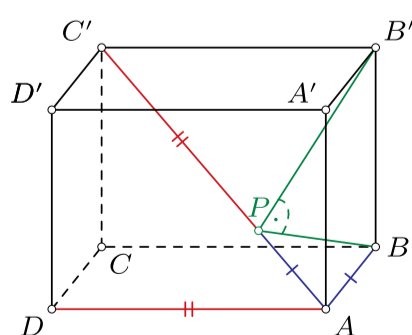
są pierwsze. Wykaż, że liczba b jest podzielna przez 3.

6. Z tablicy $n \times n$ usunięto pola znajdujące się w całości powyżej jednej z przekątnych, otrzymując schodkowy diagram. W każde pole diagramu należy wpisać jedną z liczb 1 lub 2. Wyznacz wszystkie liczby całkowite $n \geq 2$, dla których można to zrobić w taki sposób, aby pośród $2n$ sum liczb w wierszach i kolumnach nie było dwóch równych liczb.

Rysunek przedstawia przykładowe wypełnienie diagramu dla $n = 7$ oraz rozważane $2n$ sum liczb w wierszach i kolumnach.



7. Dany jest prostopadłościan $ABCD A' B' C' D'$ o wierzchołkach oznaczonych jak na rysunku, w którym $AC' = AB + AD$. Niech P będzie takim punktem na odcinku AC' , że $AP = AB$ oraz $C'P = AD$. Udowodnij, że $\sphericalangle BPB' = 90^\circ$.



Terminarz XX Olimpiady Matematycznej Juniorów 2024/2025

zawody stopnia pierwszego
od 1 września 2024 r.
do 15 października 2024 r.

część testowa w szkołach
26 września 2024 r. godz. 9.00

zawody stopnia drugiego
11 stycznia 2025 r.

zawody stopnia trzeciego
15 marca 2025 r.

Uroczyste zakończenie OMJ
16 marca 2025 r.

Trzy powody, dla których warto wystartować w OMJ

Zostając finalistą OMJ, możesz kontynuować naukę w dowolnej szkole średniej. Zostaniesz do niej przyjęty z pominięciem standardowej procedury rekrutacyjnej.

Próbując swoich sił w OMJ, przygotowujesz się do udziału w Olimpiadzie Matematycznej w szkole średniej. Sukces w OM to przepustka na wymarzony kierunek studiów, nie tylko związany bezpośrednio z matematyką.

Udział w teście jest doskonałą okazją do sprawdzenia się w warunkach egzaminu zewnętrznego z matematyki.