XIII Olimpiada Matematyczna Juniorów 2017/2018

Matematyczna Olimpiada Juniorów
www.omj.edu.pl

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

1. Część korespondencyjna
Zadania tej części zamieszczone są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesłać listem poleconym do właściwego Komitetu Okręgowego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **16 października 2017 r.** (decyduje data stempla pocztowego).

2. Część testowa
W dniu **28 września 2017 r. o godz. 9.00** zostanie przeprowadzony test pisemny w szkołach, które zarejestrowały swój udział w OMJ.
Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach: korespondencyjnej i testowej.
Wszelkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omj.edu.pl

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań!
Każdy uczeń, który weźmie udział w teście lub prześle rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Terminarz XIII Olimpiady Matematycznej Juniorów 2017/2018

zawody stopnia pierwszego
od 1 września 2017 r. do 16 października 2017 r.

część testowa w szkołach
28 września 2017 r. godz. 9.00

zawody stopnia drugiego 13 stycznia 2018 r.

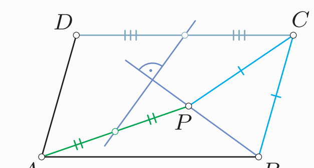
zawody stopnia trzeciego 17-18 marca 2018 r.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia — część korespondencyjna

1. Liczby a, b, c spełniają zależności

$$3a+4b=3c \quad \text{oraz} \quad 4a-3b=4c.$$

Wykaż, że $a^2+b^2=c^2$.



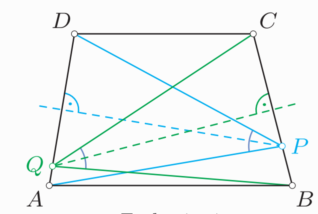
Zadanie 2

2. Wewnątrz równoległoboku $ABCD$ znajduje się taki punkt P, że $PC=BC$. Udowodnij, że prosta BP jest prostopadła do prostej łączącej środki odcinków AP i CD.

3. Liczby pierwsze a, b, c są większe od 3. Udowodnij, że liczba

$$(a-b)(b-c)(c-a)$$

jest podzielna przez 48.

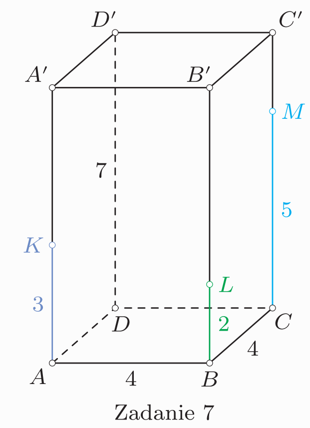


Zadanie 4

4. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD. Symetralne ramion AD i BC przecinają odcinki BC i AD odpowiednio w punktach P i Q. Wykaż, że $\sphericalangle APD=\sphericalangle BQC$.

5. Każdą liczbę całkowitą należy pokolorować na jeden z trzech kolorów, w tym czerwony. Należy to uczynić w taki sposób, by każda liczba, którą można przedstawić w postaci sumy dwóch liczb o różnych kolorach miała kolor czerwony. Czy da się zrealizować takie kolorowanie, używając wszystkich trzech kolorów? Odpowiedź uzasadnij.

6. Dodatnie liczby całkowite k, m, n spełniają równość $m^2+n=k^2+k$. Wykaż, że $m\leqslant n$.



Zadanie 7

7. Kwadrat $ABCD$ o boku 4 jest podstawą prostopadłościanu $ABCDA'B'C'D'$. Krawędzie boczne AA', BB', CC', DD' tego prostopadłościanu mają długość 7. Punkty K, L, M leżą odpowiednio na odcinkach AA', BB', CC', przy czym

$$AK=3, \quad BL=2, \quad CM=5.$$

Płaszczyzna przechodząca przez punkty K, L, M rozcina prostopadłościan na dwie bryły. Wyznacz objętości obu tych brył.

Trzy powody, dla których warto wystartować w OMJ

Zostając finalistą OMJ, możesz kontynuować naukę w dowolnej szkole ponadgimnazjalnej (średniej). Zostaniesz do niej przyjęty z pominięciem standardowej procedury rekrutacyjnej.

Próbując swoich sił w OMJ, przygotowujesz się do udziału w Olimpiadzie Matematycznej (OM) w szkole ponadgimnazjalnej. Sukces w OM to przepustka na wymarzony kierunek studiów, nie tylko związany bezpośrednio z matematyką.

Udział w teście jest doskonałą okazją do sprawdzenia się w warunkach egzaminu zewnętrznego z matematyki.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej.
Olimpiadę w latach szkolnych 2017/18 oraz 2018/19 dofinansowuje Fundacja mBanku.

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
Fundacja