XI Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów 2015/2016

Matematyczna Olimpiada Gimnazjalistów

www.omg.edu.pl

Zawody pierwszego stopnia OMG składają się z dwóch niezależnych części.

1. Część korespondencyjna

Zadania tej części zamieszczone są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesłać listem poleconym do właściwego Komitetu Okręgowego OMG – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMG – najpóźniej dnia **12 października 2015 r.** (decyduje data stempla pocztowego).

2. Część testowa

W dniu **24 września 2015 r. o godz. 9.00** zostanie przeprowadzony test pisemny w gimnazjach, które zarejestrowały swój udział w OMG. Wynik w zawodach I stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach: korespondencyjnej i testowej.

Wszelkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omg.edu.pl

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań!

Każdy uczeń, który weźmie udział w teście lub prześle rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Terminarz XI Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów 2015/2016

- zawody stopnia pierwszego od 1 września 2015 r. do 12 października 2015 r.
- **test pisemny w szkołach 24 września 2015 r. godz. 9.00**
- zawody stopnia drugiego 16 stycznia 2016 r.
- zawody stopnia trzeciego 19-20 marca 2016 r.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia — część korespondencyjna

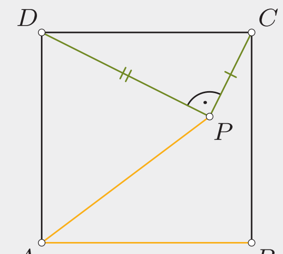
1. Wykaż, że istnieje nieskończenie wiele trójek (x,y,z) dodatnich liczb całkowitych spełniających równanie

$$x(y-z)+y(z-x)=6.$$

2. Wewnątrz kwadratu $ABCD$ wybrano taki punkt P, że

$$AP=AB \quad \text{oraz} \quad \sphericalangle CPD=90^\circ.$$

Wykaż, że $DP=2\cdot CP$.



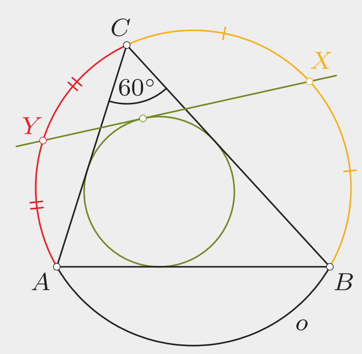
Zadanie 2

3. Wyznacz wszystkie liczby naturalne n, dla których liczba

$$\frac{n^4+4}{17}$$

jest pierwsza.

4. Dany jest trójkąt ABC, w którym $\sphericalangle ACB=60^\circ$. Na trójkącie tym opisano okrąg o. Punkt X jest środkiem tego łuku BC okręgu o, który nie zawiera punktu A, a punkt Y jest środkiem tego łuku CA okręgu o, który nie zawiera punktu B. Udowodnij, że prosta XY jest styczna do okręgu wpisanego w trójkąt ABC.



Zadanie 4

5. W wierzchołkach n-kąta foremnego rozmieszczono liczby $1,2,\ldots,n$ w taki sposób, że suma liczb znajdujących się w każdych trzech kolejnych wierzchołkach n-kąta jest parzysta. Wyznacz wszystkie liczby naturalne $n\geqslant 3$, dla których takie rozmieszczenie jest możliwe.

6. Różne liczby pierwsze nieparzyste p i q mają tę własność, że liczba p^2+p jest podzielna przez q^2+q. Udowodnij, że liczba $\frac{1}{2}(p-q)$ jest złożona.

7. Czy istnieje taki ostrosłup $ABCDS$, którego podstawą jest prostokąt $ABCD$ i którego każde dwie krawędzie boczne są różnych długości, a ponadto spełniona jest równość $AS+CS=BS+DS$? Odpowiedź uzasadnij.

Trzy powody, dla których warto wystartować w OMG

Zostając finalistą OMG, nie zdajesz egzaminu gimnazjalnego z matematyki oraz wybierasz dowolną szkołę ponadgimnazjalną, w której chcesz kontynuować naukę.

Próbując swoich sił w OMG, przygotowujesz się do udziału w Olimpiadzie Matematycznej (OM) w szkole ponadgimnazjalnej. Sukces w OM to przepustka na wymarzony kierunek studiów, nie tylko związany bezpośrednio z matematyką.

Udział w teście jest doskonałą okazją do sprawdzenia się w warunkach egzaminu zewnętrznego z matematyki. Egzamin gimnazjalny już niebawem!

Uwaga!

W związku ze zmianą rozporządzenia MEN, od zeszłorocznej edycji Olimpiady każdy FINALISTA OMG zostanie zwolniony z egzaminu gimnazjalnego z matematyki oraz przyjęty do wybranej przez siebie szkoły ponadgimnazjalnej. Wcześniej takie uprawnienia przysługiwały jedynie laureatom OMG.

Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej.
Olimpiadę w latach szkolnych 2014/15 i 2015/16 dofinansowuje Fundacja mBanku.

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Fundacja