Imiona:

Nazwisko: Klasa:

XI Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(24 września 2015 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.
W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n+1$ jest

[T] a) dodatnia;

[T] b) nieparzysta;

N [$\cancel{\text{T}}$] c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut. **Powodzenia!**

---

1. Dane są takie dodatnie liczby a i b, że 30% liczby a jest równe 60% liczby b. Wynika z tego, że

[ ] a) $a=2b$;

[ ] b) $b=2a$;

[ ] c) liczba a jest o 100% większa od liczby b.

2. Dwa z boków trójkąta prostokątnego mają długości 3 oraz 4. Wynika z tego, że trzeci bok tego trójkąta ma długość

[ ] a) nie mniejszą od 5;

[ ] b) nie większą od 5;

[ ] c) równą 5.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

mFundacja

Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

3. Liczba $9^{16}-16^9$ jest podzielna przez

a) 4;

b) 5;

c) $3^{16}-4^9$.

4. Każde dwie spośród trzech dodatnich liczb całkowitych a, b, c są różne. Ponadto liczby te spełniają zależności $\mathrm{NWD}(a,b)=1$ oraz $\mathrm{NWD}(a,c)=1$. Wynika z tego, że

a) $\mathrm{NWD}(b,c)=1$;

b) $\mathrm{NWD}(a,b+c)=1$;

c) $\mathrm{NWD}(a,bc)=1$.

5. Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC, w którym $\sphericalangle ACB=50^\circ$. Wynika z tego, że

a) $\sphericalangle AIB=100^\circ$;

b) $\sphericalangle AIB>110^\circ$;

c) $\sphericalangle AIB<120^\circ$.

6. Trójkąt T rozcięto wzdłuż odcinka na dwa trójkąty T_1 i T_2, a trójkąt S — na trójkąty S_1 i S_2. Okazało się, że trójkąt T_1 jest przystający do trójkąta S_1, a trójkąt T_2 jest przystający do trójkąta S_2. Wynika z tego, że trójkąty T i S

a) mają równe pola;

b) mają równe obwody;

c) są przystające.

7. Liczby rzeczywiste x, y spełniają nierówność $x(x+2)<y(y+2)$. Wynika z tego, że

a) $x<y$;

b) $x+y\neq -2$;

c) $|x+1|<|y+1|$.

Imiona: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Nazwisko: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐ Klasa: ☐

8. Każdy z wierzchołków sześcianu pomalowano jednym z dwóch kolorów. Wynika z tego, że

☐ a) pewna krawędź tego sześcianu ma końce jednakowego koloru;

☐ b) pewna przekątna pewnej ściany tego sześcianu ma końce jednakowego koloru;

☐ c) pewna przekątna tego sześcianu ma końce jednakowego koloru.

9. Antek, biegnąc z prędkością x km/h, jeden kilometr pokonuje w ciągu x minut, gdzie x jest pewną dodatnią liczbą rzeczywistą. Wynika z tego, że

☐ a) x jest liczbą wymierną;

☐ b) Antek biegnie z prędkością większą niż 8 km/h;

☐ c) gdyby Antek szedł z prędkością $\frac{1}{2}x$ km/h, to jeden kilometr pokonywałby w ciągu $2x$ minut.

10. Wielokąt A ma co najmniej osiem wierzchołków oraz dwa razy więcej boków niż wielokąt B. Wynika z tego, że wielokąt A ma

☐ a) dwa razy więcej wierzchołków niż wielokąt B;

☐ b) dwa razy więcej przekątnych niż wielokąt B;

☐ c) parzystą liczbę przekątnych.

11. Każdy punkt okręgu ω o promieniu 1 pomalowano na czarno lub biało w taki sposób, że każda cięciwa tego okręgu o długości 1 ma końce różnych kolorów. Wynika z tego, że

☐ a) każda średnica okręgu ω ma końce różnych kolorów;

☐ b) każdy trójkąt równoboczny wpisany w okrąg ω ma wszystkie trzy wierzchołki tego samego koloru;

☐ c) każdy kwadrat wpisany w okrąg ω ma dwa wierzchołki czarne i dwa białe.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Fundacja

Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

12. Liczba $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$ jest

- a) niewymierna;
- b) mniejsza od 2;
- c) równa $\sqrt[n]{2}$ dla pewnej liczby całkowitej $n > 1$.

13. Iloczyn cyfr dodatniej liczby całkowitej n jest równy 4^{100}. Wynika z tego, że

- a) liczba n jest parzysta;
- b) liczba n ma co najmniej 100 cyfr;
- c) suma cyfr liczby n jest nie mniejsza od 400.

14. Każdy bok pewnego czworokąta ma długość mniejszą od 1. Wynika z tego, że

- a) pole tego czworokąta jest mniejsze od 1;
- b) istnieje kwadrat o boku 1, w którym ten czworokąt jest zawarty;
- c) długość każdej przekątnej tego czworokąta jest mniejsza od $\sqrt{2}$.

15. Graniastosłup prawidłowy trójkątny rozcięto płaszczyzną na dwa wielościany, uzyskując w przekroju trójkąt. Wynika z tego, że

- a) każdy z otrzymanych wielościanów ma dokładnie dwie ściany trójkątne;
- b) w każdym wierzchołku każdego z otrzymanych wielościanów schodzą się dokładnie trzy krawędzie;
- c) każda ściana każdego z otrzymanych wielościanów jest trójkątem lub czworokątem.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
Fundacja

Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku