Imiona: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Klasa: | |

XII Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(29 września 2016 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n+1$ jest

[T] a) dodatnia;

[T] b) nieparzysta;

N [~~T~~] c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut. **Powodzenia!**

1. Dodatnia liczba a powiększona o 50% jest równa dodatniej liczbie b pomniejszonej o 50%. Wynika z tego, że liczba b jest

[ ] a) 2 razy większa od liczby a;

[ ] b) 3 razy większa od liczby a;

[ ] c) 4 razy większa od liczby a.

2. Pole powierzchni sześcianu A jest 4 razy mniejsze od pola powierzchni sześcianu B. Wynika z tego, że

[ ] a) krawędź sześcianu A jest 2 razy mniejsza od krawędzi sześcianu B;

[ ] b) krawędź sześcianu A jest 4 razy mniejsza od krawędzi sześcianu B;

[ ] c) objętość sześcianu A jest 8 razy mniejsza od objętości sześcianu B.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
Fundacja
Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

3. Liczby rzeczywiste a i b spełniają nierówność $a \geqslant b$. Wynika z tego, że

a) $a^2 \geqslant ab$;

b) $a^2 \geqslant b^2$;

c) $a^3 \geqslant b^3$.

4. W trójkącie ABC kąt ABC jest dwa razy większy od kąta BAC. Dwusieczna kąta ABC przecina okrąg opisany na tym trójkącie w punkcie E. Wynika z tego, że

a) $EA = BC$;

b) $CA = 2 \cdot BC$;

c) proste EC i AB są równoległe.

5. Liczba $\underbrace{33\ldots3}_{n \text{ trójek}}$ jest podzielna przez 99. Wynika z tego, że liczba n jest podzielna

a) przez 3;

b) przez 6;

c) przez 9.

6. Liczby rzeczywiste a i b są różne od zera, a liczba $a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$ jest wymierna. Wynika z tego, że

a) obie liczby a i b są niewymierne;

b) co najmniej jedna z liczb a, b jest wymierna;

c) co najmniej jedna z liczb a, b jest niewymierna.

7. Sześciokąt $ABCDEF$ jest opisany na okręgu o środku S. Wynika z tego, że

a) $AB+CD+EF = BC+DE+FA$;

b) $AD = BE = CF$;

c) suma pól trójkątów ABS, CDS, EFS jest równa sumie pól trójkątów BCS, DES, FAS.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Fundacja

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

8. Liczbę n można przedstawić w postaci sumy kwadratów dwóch liczb całkowitych. Wynika z tego, że w postaci sumy kwadratów dwóch liczb całkowitych można przedstawić także liczbę

- [ ] a) $2n$;
- [ ] b) $3n$;
- [ ] c) $4n$.

9. Czworokąt wypukły $ABCD$ ma dokładnie dwie osie symetrii. Wynika z tego, że ten czworokąt jest

- [ ] a) rombem;
- [ ] b) prostokątem;
- [ ] c) równoległobokiem.

10. Liczby wymierne a, b, c są różne i każdy z iloczynów $a \cdot b$, $b \cdot c$, $c \cdot a$ jest liczbą całkowitą. Wynika z tego, że

- [ ] a) co najmniej jedna z liczb a, b, c jest całkowita;
- [ ] b) co najmniej dwie z liczb a, b, c są całkowite;
- [ ] c) każda z liczb a, b, c jest całkowita.

11. Dany jest taki trójkąt ABC, że $\sphericalangle ACB = 30^\circ$. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy R, a promień okręgu wpisanego jest równy r. Wynika z tego, że

- [ ] a) $AB = R$;
- [ ] b) $r = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$;
- [ ] c) pole trójkąta ABC jest mniejsze od R^2.

12. Istnieje dodatnia liczba całkowita n o następującej własności: można tak przestawić cyfry zapisu dziesiętnego liczby 2^n, aby otrzymać pewną całkowitą potęgę liczby

- [ ] a) 3;
- [ ] b) 5;
- [ ] c) 7.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Fundacja

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

13. Każda krawędź graniastosłupa n-kątnego została pomalowana na jeden z trzech kolorów w taki sposób, że w każdym wierzchołku graniastosłupa schodzą się krawędzie trzech kolorów. Wynika z tego, że

a) n jest liczbą parzystą;

b) wszystkie krawędzie boczne tego graniastosłupa mają ten sam kolor;

c) ten graniastosłup ma po n krawędzi każdego koloru.

14. Spośród wierzchołków pewnego dwunastokąta foremnego wyróżniono siedem. Wynika z tego, że wśród wyróżnionych punktów można wskazać takie trzy, które są wierzchołkami trójkąta

a) prostokątnego;

b) równobocznego;

c) rozwartokątnego równoramiennego.

15. Sześcian można rozciąć na

a) trzy ostrosłupy czworokątne;

b) cztery graniastosłupy trójkątne;

c) pięć czworościanów.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Fundacja

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku