Imiona:

Nazwisko: Klasa:

# XVIII Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(29 września 2022 r., godz. 9:00)

**Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.**

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe (przy czym może się zdarzyć, że wszystkie trzy stwierdzenia w obrębie jednego zadania są fałszywe). Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.
W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

**0.** Dla każdej dodatniej liczby całkowitej $n$ liczba $2n+1$ jest

T a) dodatnia;

T b) nieparzysta;

N ~~T~~ c) pierwsza.

**Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut.** **Powodzenia!**

**1.** Liczba 2022 jest podzielna przez sumę swoich cyfr. Tę własność ma również liczba

a) 2023;

b) 2024;

c) 2025.

**2.** Liczba $100^{100}$ jest

a) 100-cyfrowa;

b) 200-cyfrowa;

c) 300-cyfrowa.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji i Nauki

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

**3.** Jeśli każdy bok kwadratu wydłużymy o 10%, to

a) długość przekątnej tego kwadratu wzrośnie o 10%;

b) pole tego kwadratu wzrośnie o 20%;

c) obwód tego kwadratu wzrośnie o 40%.

**4.** Co najmniej jedną parę prostopadłych przekątnych ma

a) pięciokąt foremny;

b) sześciokąt foremny;

c) ośmiokąt foremny.

**5.** Liczbę 18 można przedstawić w postaci sumy

a) trzech kolejnych liczb całkowitych;

b) sześciu kolejnych liczb całkowitych;

c) dwunastu kolejnych liczb całkowitych.

**6.** Punkt $P$ leży wewnątrz trójkąta równobocznego $ABC$, przy czym zachodzi równość $\sphericalangle PAB + \sphericalangle PBC = 60^\circ$. Wynika z tego, że

a) $\sphericalangle PAB = 30^\circ$;

b) $\sphericalangle PBC = 30^\circ$;

c) $\sphericalangle PCA = 30^\circ$.

**7.** Istnieje taka liczba rzeczywista $x$, że żadne dwie spośród liczb $x$, $x^2$, $x^3$ nie są równe, a największą z nich jest

a) $x$;

b) $x^2$;

c) $x^3$.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji i Nauki

Imiona: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Nazwisko: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐ Klasa: ☐

**8.** Kwadrat $5\times 5$ można rozciąć na prostokąty, z których każdy ma wymiary

☐ a) $1\times 2$ lub $1\times 4$;

☐ b) $1\times 2$ lub $1\times 3$;

☐ c) $1\times 3$ lub $1\times 4$.

**9.** Punkt $P$ leży wewnątrz czworokąta $ABCD$, przy czym trójkąty $ABP$ oraz $CDP$ są równoboczne. Wynika z tego, że

☐ a) $AB=CD$;

☐ b) $AC=BD$;

☐ c) $AD=BC$.

**10.** Liczba naturalna $m$ ma dokładnie 3 dodatnie dzielniki, a liczba naturalna $n$ ma dokładnie 5 dodatnich dzielników. Wynika z tego, że

☐ a) $m<n$;

☐ b) liczba $m\cdot n$ ma co najmniej 8 dodatnich dzielników;

☐ c) liczba $m\cdot n$ ma co najwyżej 15 dodatnich dzielników.

**11.** Ułamek o liczniku równym 1 oraz mianowniku będącym dodatnią liczbą całkowitą nazywamy *prostym*. Liczbę $\frac{1}{7}$ można przedstawić jako

☐ a) iloczyn dwóch ułamków prostych;

☐ b) różnicę dwóch ułamków prostych;

☐ c) sumę dwóch ułamków prostych.

**12.** Dokładnie siedem spośród krawędzi pewnego sześcianu pomalowano na czerwono. Wynika z tego, że

☐ a) pewien wierzchołek sześcianu jest końcem mniej niż dwóch czerwonych krawędzi;

☐ b) pewna ściana sześcianu ma dokładnie dwa czerwone boki;

☐ c) pewne trzy czerwone krawędzie są równoległe.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji i Nauki

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

**13.** Istnieją dodatnie liczby całkowite $a$, $b$, $c$, dla których liczby $a+b$, $b+c$, $c+a$ są, w pewnej kolejności, równe

- a) 101, 202, 303;
- b) 102, 201, 300;
- c) 201, 302, 403.

**14.** W turnieju badmintona wzięło udział 6 osób, każde dwie osoby rozegrały dokładnie jeden mecz i żaden mecz nie zakończył się remisem. Wynika z tego, że istnieje osoba, która wygrała

- a) nieparzystą liczbę meczów;
- b) parzystą liczbę meczów;
- c) dokładnie 2 mecze lub dokładnie 3 mecze.

**15.** Odcinki $AC$ i $BD$ przecinają się w punkcie $P$, przy czym $AP < CP$ oraz $BP < DP$. Wynika z tego, że

- a) $AB < CD$;
- b) obwód trójkąta $ABP$ jest mniejszy od obwodu trójkąta $CDP$;
- c) odległość punktu $P$ od prostej $AB$ jest mniejsza od odległości $P$ od prostej $CD$.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji i Nauki