

Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej

- [I OMG-I-1] Dowieść, że $\sqrt{3-\sqrt{8}} + \sqrt{5-\sqrt{24}} + \sqrt{7-\sqrt{48}} = 1$.
- [III OMG-I-1] Rozwiązać równanie $\left| \left| \left| |x-1| - 2 \right| - 3 \right| - 4 \right| = 0$.
- Rozwiązać równanie:
 - $4 \cdot |x+2| = |x-13|$,
 - $|x+3| + |x+1| + |x-5| = 8$.
- [Koło OMG] Wykazać, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c zachodzi równość $(a|b| - b|a|)(b|c| - c|b|)(c|a| - a|c|) = 0$.
- Rozwiązać równanie:
 - $|x-1| \cdot |x+5| = |x+1| \cdot |x-5|$,
 - $|x-1| \cdot |x+2| \cdot |x-3| = |x+1| \cdot |x-2| \cdot |x+3|$,
 - $|x-1| \cdot |x+2| \cdot |x-3| \cdot |x+4| = |x+1| \cdot |x-2| \cdot |x+3| \cdot |x-4|$.
- Wykazać, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c prawdziwa jest co najmniej jedna z równości $|a+b| = |a| + |b|$, $|b+c| = |b| + |c|$, $|c+a| = |c| + |a|$.
- Wykazać, że dla każdej liczby rzeczywistej x spełniona jest nierówność $|x - |x+1|| \geq 1$.
- Niech $\max\{a, b\}$ oznacza nie mniejszą z liczb a, b , a $\min\{a, b\}$ nie większą z tych liczb. Wykazać, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y zachodzą równości:
 - $\max\{x, y\} = \frac{x+y+|x-y|}{2}$,
 - $\min\{x, y\} = \frac{x+y-|x-y|}{2}$.
- Wyznaczyć najmniejszą wartość funkcji $f(x) = |x| + \frac{1}{2}|x-1| + \frac{1}{4}|x-2|$.
- [PD V LO BB] Liczby a, b, c są różne od zera. Wyznaczyć wszystkie wartości, jakie może przyjąć wyrażenie $\mathcal{W} = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$.
- Dany jest taki zbiór $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ liczb rzeczywistych, że dla dowolnych a_i, a_j należących do zbioru A zachodzi nierówność $|a_i + a_j| \leq 2$. Wykazać, że $|a_1 + a_2 + \dots + a_n| \leq n$.
- Wyznaczyć najmniejszą dodatnią liczbę całkowitą n , dla której w przedziale $(-1; 1)$ istnieją takie liczby rzeczywiste a_1, a_2, \dots, a_n , że spełniona jest równość $|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n| = 99 + |a_1 + a_2 + \dots + a_n|$.