1. Mamy 2021 zapałek. W każdym ruchu możemy zabrać lub dołożyć dokładnie dwie zapałki. Czy wykonując pewną liczbę takich ruchów, możemy zabrać wszystkie zapałki?

2. Dana jest liczba 2021!. Obliczamy sumę cyfr tej liczby, następnie sumę cyfr tak otrzymanej liczby i tak dalej. Postępujemy tak długo, aż uzyskamy liczbę jednocyfrową. Jaka to liczba?

3. Na tablicy napisano liczby od 1 do 2021. Wybieramy dwie z nich, ścieramy i dopisujemy różnicę. Postępujemy tak do momentu, gdy zostaniem nam jedna liczba. Czy może nią być liczba 44?

4. Smok ma 2021 głów. Walczący z nim rycerz umie zadawać cztery rodzaje cięć mieczem. Przy pierwszym rodzaju rycerz ścina dokładnie 18 głów, ale 45 nowych natychmiast odrasta. Przy drugim rodzaju rycerz ścina dokładnie 21 głów i nic nie odrasta. Przy trzecim rodzaju ścinanych głów jest dokładnie 13 głów, ale 4 z nich odrastają. Czwarty typ jest wyjątkowo pechowy – pozwala ściąć dokładnie jedną smoczą głowę, na miejscu której odrastają aż 124 nowe. Czy rycerz umiejętnie walcząc, ma szansę ściąć wszystkie głowy smoka tak, aby już żadna nie odrosła?

5. W kręgu rośnie 16 drzew, na każdym siedzi jeden wróbel. Wróble przelatują czasem na inne drzewa, ale zgodnie z regułą: dwa wróble lecą jednocześnie, każdy na drzewo sąsiadujące z tym, na którym siedział, jeden zgodnie, a drugi przeciwnie do wskazówek zegara. Czy jest możliwe, aby w pewnej chwili wszystkie wróble siedziały na jednym drzewie?

6. Na pewnej wyspie żyje 17 kameleonów czerwonych, 15 zielonych i 13 niebieskich. Jeśli spotkają się dwa kameleony o różnych kolorach, to oba zmieniają kolor na trzeci. Czy może się zdarzyć, że po pewnym czasie wszystkie kameleony na wyspie będą tego samego koloru?

7. Rysujemy dziesięciokąt foremny i w każdym wierzchołku kładziemy żeton. Ruch polega na wybraniu dowolnych dwóch żetonów i przełożeniu każdego z nich do dowolnego wierzchołka sąsiadującego z tym, w którym leżał. Czy można doprowadzić do sytuacji, gdy wszystkie żetony leżą w jednym wierzchołku?

8. Dana jest szachownica 4×4 wypełniona znakami " $+$ " i " $-$ " w taki sposób, że dokładnie jedno pole zawiera znak " $-$ ". Dozwolone są zmiany wszystkich znaków na przeciwne na dowolnej linii pionowej, poziomej oraz na głównej przekątnej. Czy wykonując takie operacje można otrzymać szachownicę z samymi plusami?

9. Na tablicy zostały zapisane liczby: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{2021}$. W jednym ruchu wybieramy dowolne dwie liczby, oznaczmy je przez a i b, ścieramy je i zamiast nich wpisujemy liczbę równą $a+b+ab$. Jaką liczbę możemy otrzymać po 2020 ruchach?

10. Na tablicy zostały zapisane liczby: $2, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}$. W jednym ruchu wybieramy dowolne dwie liczby, oznaczmy je przez a i b, ścieramy je i zamiast nich wpisujemy liczby $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ oraz $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$. Czy po pewnej liczbie takich ruchów na tablicy mogą być napisane liczby $1, \sqrt{2}, 1+\sqrt{2}$?

11. Na polu A1 szachownicy 8×8 napisano liczbę 1, na polu A8 napisano -1, a na pozostałych polach – 0, Możemy wielokrotnie wykonywać następującą operację: wybieramy dowolne pole i zmniejszamy napisaną na nim liczbę o liczbę pól sąsiednich (mających wspólny bok), zaś każdą z liczb napisanych na polach sąsiednich zwiększamy o 1. Rozstrzygnąć, czy można doprowadzić do stanu, w którym na wszystkich polach szachownicy napisana jest liczba 0.
    Warto porównać zadanie z II etapu LIX OM.

12. Na płaszczyźnie narysowano n odcinków, których końce są różne i żadne trzy końce nie leżą na jednej prostej. Ruch polega na wybraniu dwóch przecinających się odcinków, powiedzmy AB i CD, i zastąpieniu ich odcinkami AC i BD. Wykazać, że nieuniknione jest osiągnięcie stanu, w którym żadne dwa z tych odcinków nie przecinają się.

13. Na każdym polu szachownicy 8×8 siedzi chrząszcz. 7 chrząszczy choruje na pewną chorobę zakaźną. Zdrowy chrząszcz, którego pole sąsiaduje (bokiem) z co najmniej dwoma polami zarażonych chrząszczy, sam zostaje zarażony. Czy istnieje takie początkowe ustawienie siedmiu chorych chrząszczy, że po pewnym czasie choroba dopadnie wszystkich mieszkańców szachownicy?

14. W każdym polu tabeli $m \times n$ wpisano pewną liczbę rzeczywistą. W danej chwili możemy wybrać jedną kolumnę lub wiersz tej tabeli i zmienić znaki występujących w nim liczb na przeciwne. Wykazać, że stosując takie opieracje, można doprowadzić do tego, by suma liczb w każdym wierszu i w każdej kolumnie była nieujemna.